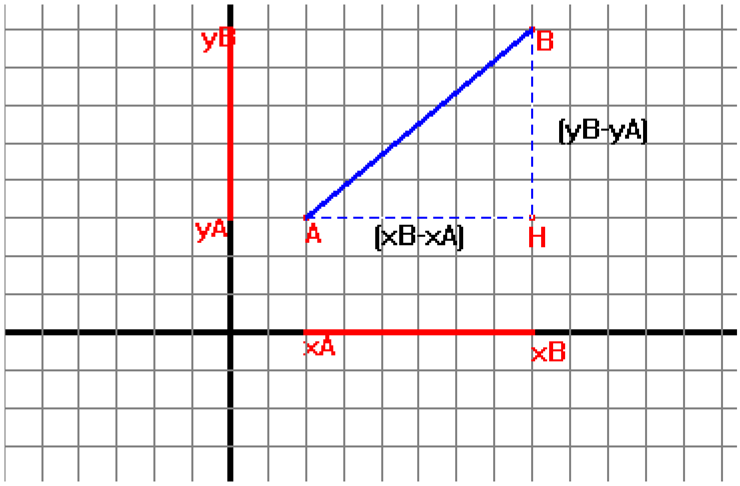
Geometria analitica

1. DISTANZA FRA DUE PUNTI

$AH = |x_B - x_A|$
$HB = |y_B - y_A|$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



N.B
$|x_B - x_A| = |x_A - x_B|$
$|y_B - y_A| = |y_A - y_B|$

Esempio

1. Il segmento AB ha gli estremi A(2;3), B(8;8) allora

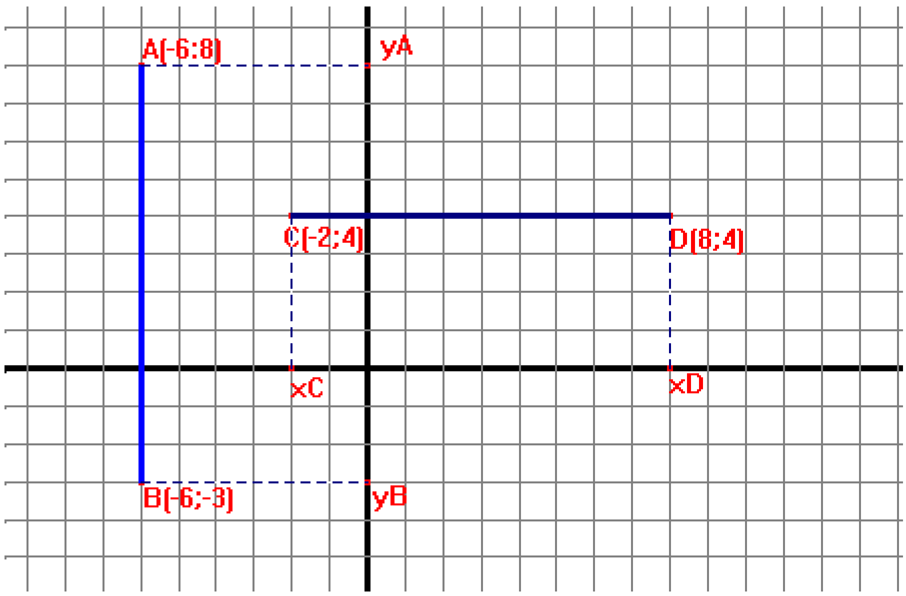
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{[8-(2)]^2 + [3-(8)]^2} = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$$

Casi particolari

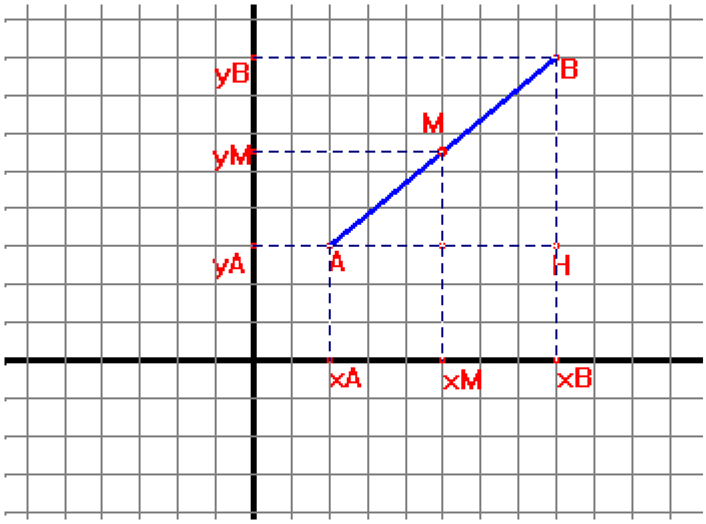
- se $x_B = x_A$ la lunghezza di $AB = |y_B - y_A|$ (AB è verticale)
- se $y_C = y_D$ la lunghezza di $CD = |x_C - x_D|$ (CD è orizzontale)

Esempi

2. Il segmento AB ha gli estremi A(-6;8), B(-6;-3) allora, essendo $x_A = x_B = -6$ applichiamo la formula
   $AB = |y_B - y_A| = |8 - (-3)| = |8 + 3| = 11$
3. Il segmento CD ha gli estremi C(-2;4), D(8;4) allora, essendo $y_C = y_D = 4$ applichiamo la formula
   $CD = |x_C - x_D| = |-2 - (+8)| = |-2 -8| = 10$



2. COORDINATE DEL PUNTO MEDIO



Per calcolare le coordinate del punto medio di un segmento AB, conoscendo le coordinate di A e B si applicano le seguenti formule:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Esempi

- Se il segmento AB ha $A(2;3); B(8;8)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} = 5{,}5$$

- Se il segmento AB ha $A(-4;-3); B(-5;-12)$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-4+(-5)}{2} = \frac{-4-5}{2} = -\frac{9}{2} = -4{,}5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3+(-12)}{2} = \frac{-11-12}{2} = -\frac{23}{2} = -11{,}5$$

3. EQUAZIONE DELLA RETTA

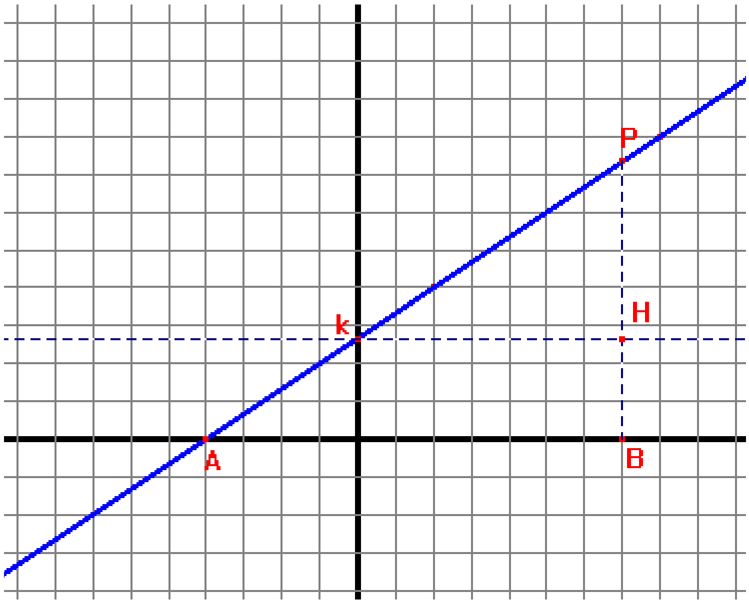
y=mx+k equazione generica della retta

- ***k***, termine noto, corrisponde all'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y
- ***m***, coefficiente angolare , fornisce l'inclinazione della retta rispetto all'asse x

Osservando la retta sul piano cartesiano: $m=\frac{PH}{HK}=\frac{PB}{AB}$

NB

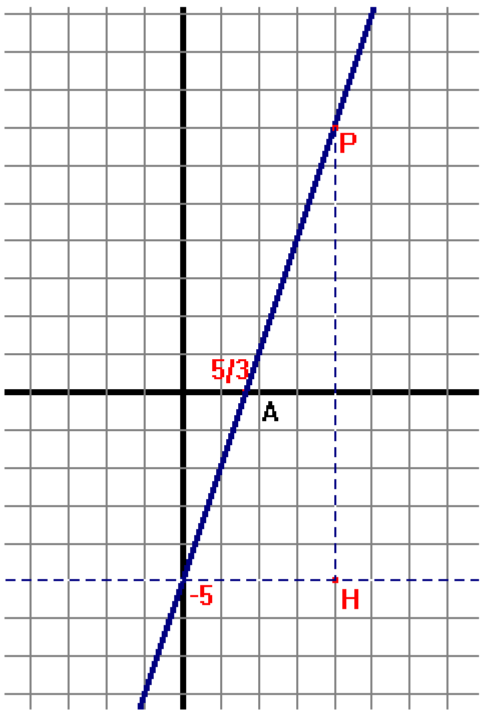
- Il punto A, intersezione della retta con l'asse x, si trova risolvendo l'equazione mx+k=0 (il punto A ha ordinata 0).
- Il punto P (punto generico utile per tracciare la retta) si trova assegnando ai segmenti PH, Hk o PB, AB dei valori in modo che $\frac{PH}{Hk}=\frac{PB}{AB}=m$
- Se m>0 la retta si estende dal I al III quadrante, se m<0 la retta si estende dal II al IV quadrante



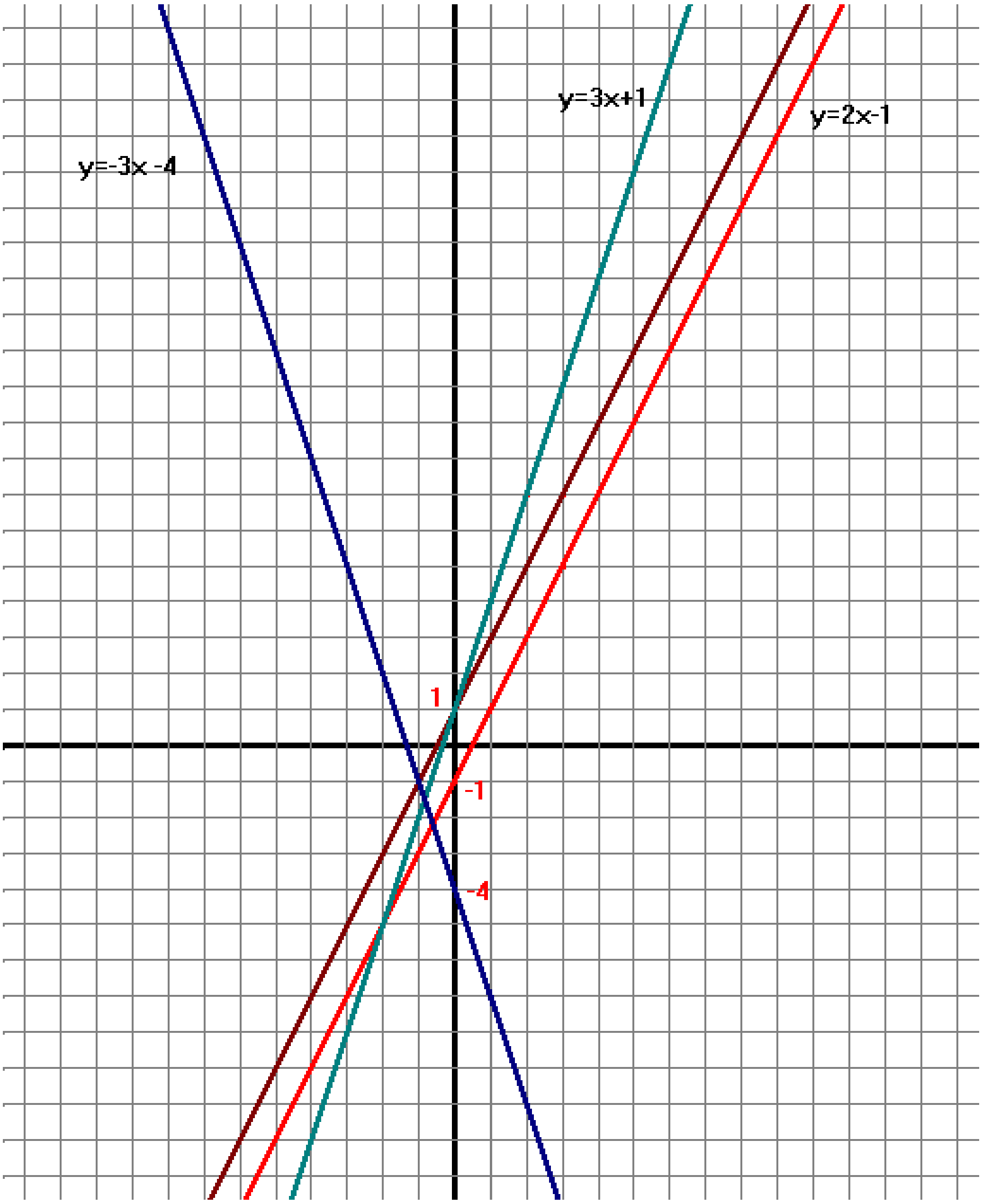
<u>Esempio</u>

Rappresentare sul piano cartesiano la retta di equazione
y= 3x – 5

- Individuare k=-5
- Individuare A risolvendo l'equazione 3x – 5=0 la cui soluzione è $x=\frac{5}{3}$
- Tracciare la retta passante per k=-5 e il punto A
- Nel caso in cui i punti k e A fossero molto vicini, individuare un punto P qualsiasi in modo che $\frac{PH}{Hk}=\frac{3}{1}$



Altri esempi serviranno per capire meglio il significato geometrico di m e k.



y=2x-1
y=2x+1
y=3x+1
y=-3x-4

Le prime due rette hanno lo stesso coefficiente ***m***, ma ***k*** opposto
Le altre due rette hanno ***m*** opposto e ***k*** discorde

4. RETTE PARTICOLARI

Rette passanti per l'origine

se l'equazione **y=mx + k** ha **k=0**, si può scrivere

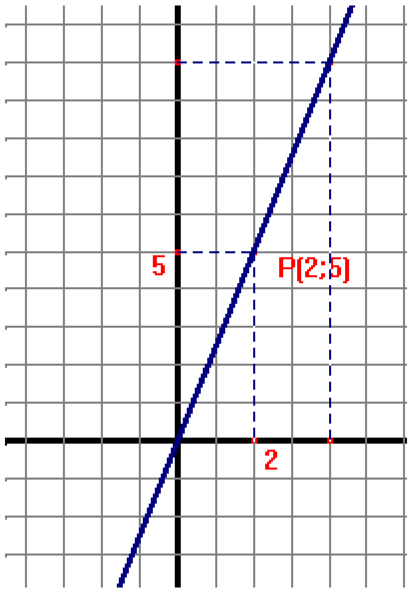
y= mx

y=mx è l'equazione di una retta passante per l'origine

- se **m>0** la retta attraversa il I e il III quadrante
- se **m<0** la retta attraversa il II e il IV quadrante
- **se m=1** la retta è bisettrice del I e III quadrante
- **se m=-1** la retta è bisettrice del II e IV quadrante

Rappresentare la retta di equazione $y=\frac{5}{2}x$

- un punto della retta è l'origine
- il punto P ha coordinate (2;5) o loro multipli.

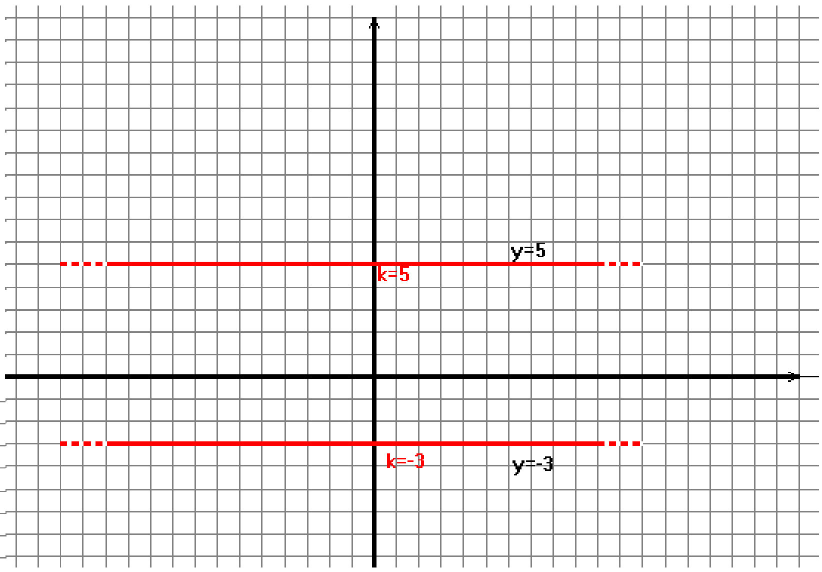


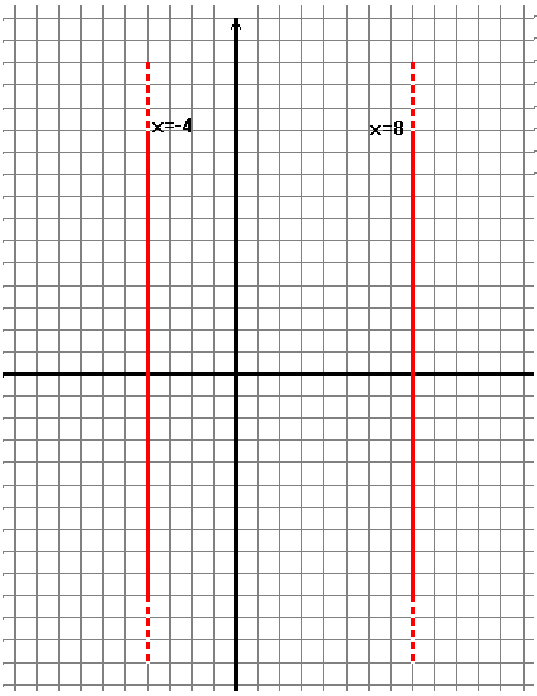
Rette parallele all'asse x

se l'equazione **y=mx + k** ha **m=0**, si può scrivere

y= k

y=k è l'equazione di una retta parallela all'asse x, cioè rappesenta l'insieme dei punti aventi la stessa ordinata





Rette parallele all'asse y

se l'equazione **y=mx + k** ha y=**0**, si può scrivere

x=a $\left(a=-\frac{k}{m} \right)$

x=a è l'equazione di una retta parallela all'asse y, cioè rappesenta l'insieme dei punti aventi la stessa ascissa

5. RETTE PARALLELE E RETTE PERPENDICOLARI

Due rette sono parallele se $\mathbf{m_1 = m}$, cioè i coefficienti angolari sono uguali

Due rette sono perpendicolari se $m_1 = -\frac{1}{m}$, cioè i coefficienti angoli sono reciproci e discordi

Esempi

- le rette di equazioni y=5x e y= 5x -2 sono parallele perchè m_1=m=5
- le rette di equazioni y=5x $y=-\frac{1}{5}x+3$ sono perpendicolari perchè $m_1=5\, e\, m=-\frac{1}{5}$

6. INTERSEZIONE FRA DUE RETTE

Per trovare il punto di intersezione di due rette non parallele

y=mx + k
y=$\mathbf{m_1}$x +$\mathbf{k_1}$

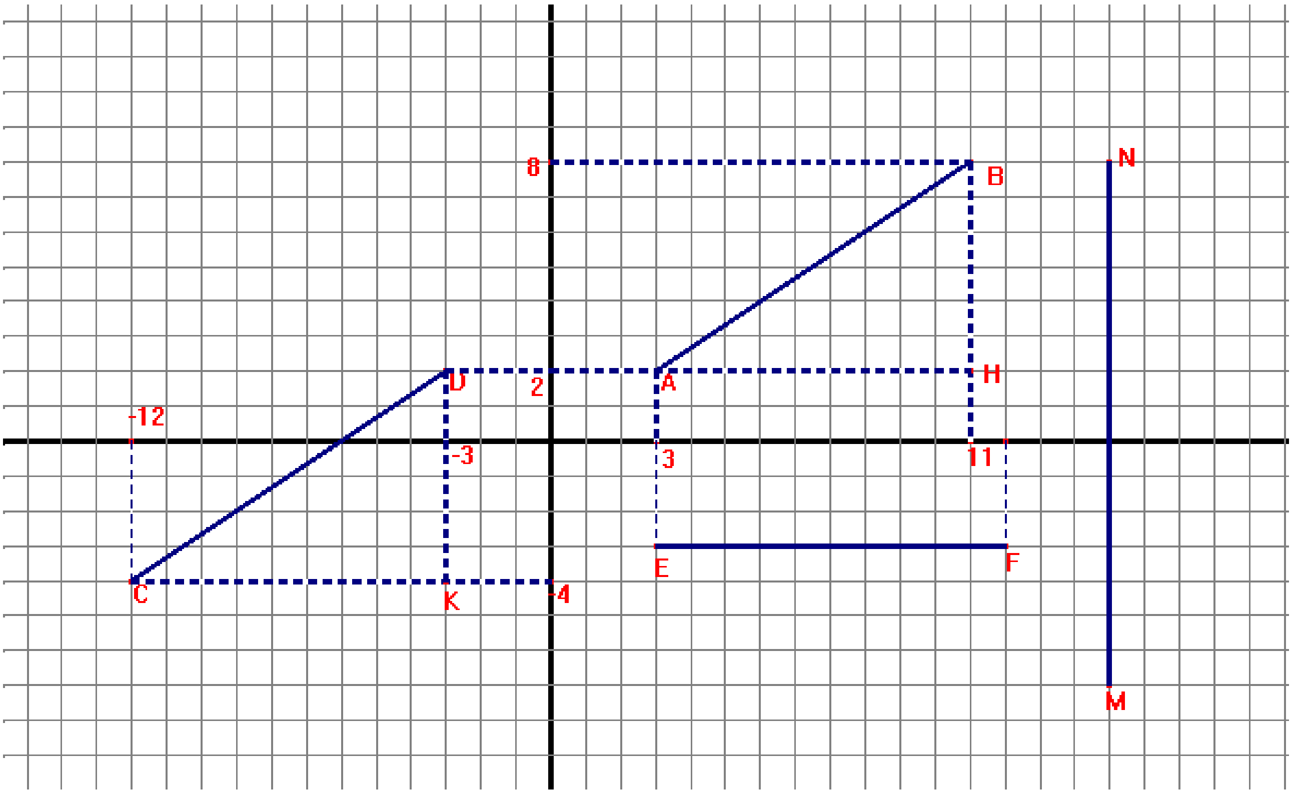
si procede nel seguente modo:

- risolvere l'equazione **mx+k=$\mathbf{m_1}$x +$\mathbf{k_1}$** la cui soluzione è il valore dell'ascissa del punto
- sostituire la soluzione alla x di una delle due equazioni date e calcolare il valore della y.

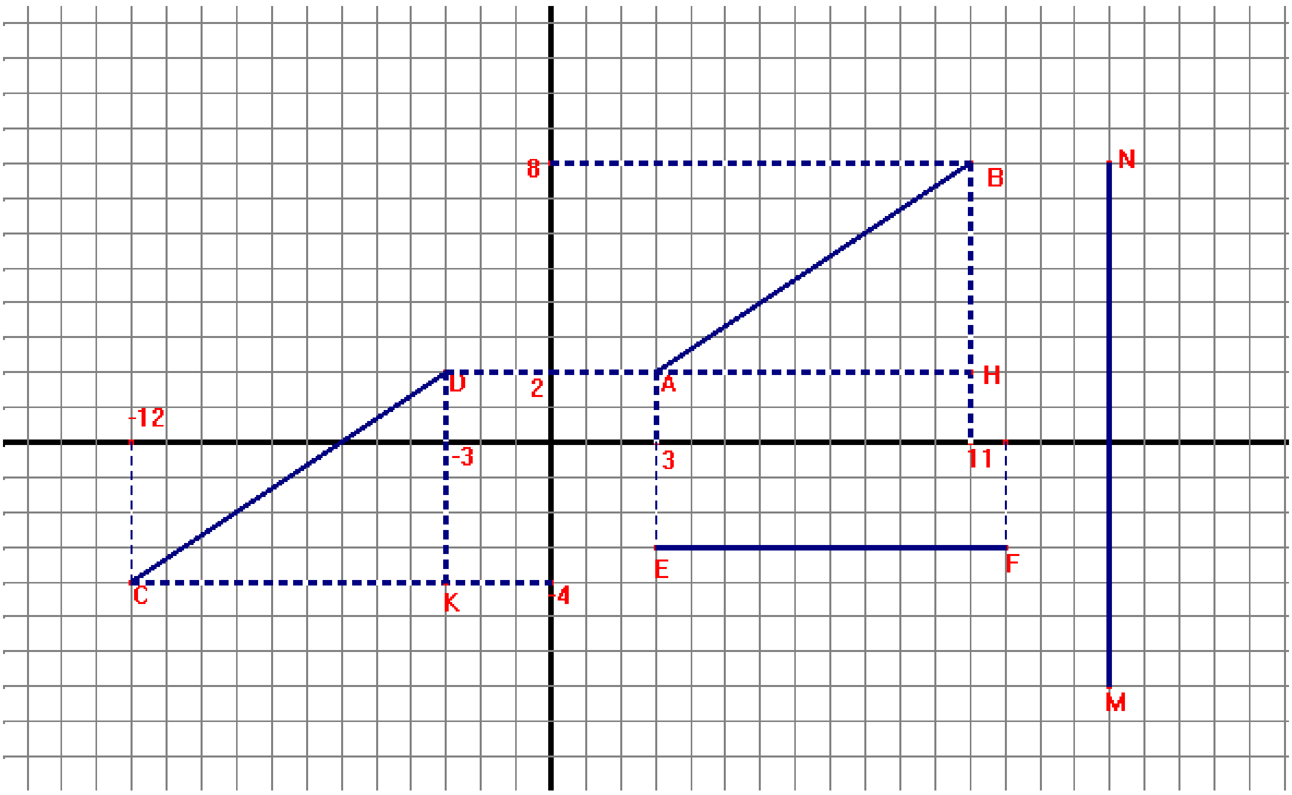
Esempio
Calcolare le coordinate del punto di intersezione fra le due rette di equazioni

y= 2 x–5
y=x+7.

- risolvere l'equazione **2x – 5= x + 7** da cui x= 12
- sostituire 12 all'equazione y=2x - 5 da cui si ottiene y=2 (12) - 5=19. Pertanto il punto di intersezione è P (12; 19)



$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ EF=$|x_E - x_F|$



$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ EF=$|x_E - x_F|$